LÓGICA DE PROPOSICIONES

1. ¿Cuál de las siguientes oraciones es una proposición lógica?

a) El rumor y el ir y venir incesante de las abejas.
b) ¡No te vayas!
c) Hoy es martes.

SOLUCIÓN:

La opción a) no es una proposición lógica porque no se afirma nada que pueda valorarse como verdadero o falso.

La opción b) expresa simplemente un deseo. No es una proposición.

La opción a) sí es una proposición porque expresa algo de lo que puede decirse si es verdadero o falso. Según el día de la semana de que se trate, la oración es verdadera o falsa.

La opción c) es la correcta.

2. ¿Cuál de las siguientes oraciones no es una proposición lógica?

a) No aprenda estas oraciones de memoria.
b) Es un hombre rudo, pero noble.
c) Cuando vengas a casa, te enseñaré el album de fotos.

SOLUCIÓN:

La opción a) es una oración imperativa. Expresa u mandato pero no afirma nada que pueda valorarse como verdadero o falso.

La opción b) sí es una proposición lógica. Además es compuesta ya que es equivalente a decir “es una hombre rudo” y “es un ahombre noble”

La opción c) es una oración de tipo condicional pero lo que se afirma sí puede valorarse como verdadero o falso. Es también una proposición.

La opción a) es la correcta.

3. Si la proposición p es falsa, entonces la proposición $p \wedge q$ cumplirá:
a) Es verdadera.
b) Su valor de verdad depende del valor de verdad de q.
c) Es falsa.

(Convocatoria septiembre 2007. Examen tipo B)

SOLUCIÓN:

Tabla de verdad:

p	q	$p \wedge q$
F	V	F
F	F	F

Vemos que $p \wedge q$ es falsa en los dos casos.

La opción c) es la correcta.

RECUERDA: Para que $\mathbf{p \wedge q}$ sea verdadero tiene que serlo, simultáneamente, **p** y **q**.

4. Si p es la proposición "Juan es primo de Pedro" y q es la proposición "Juan es hermano de Antonio", entonces la proposición "Juan es primo de Pedro o hermano de Antonio" se representa simbólicamente por:

a) $p \vee q$
b) $p \wedge q$
c) $\neg(p) \wedge \neg(q)$.

(Convocatoria junio 2007. Examen tipo B)

SOLUCIÓN:

"Juan es primo de Pedro o hermano de Antonio es la disyunción de las proposiciones p y q". Se expresa $p \vee p$.

La opción correcta es la a).

RECUERDA: Para que $\mathbf{p \vee q}$ sea verdadero basta con que lo sea **p** o **q**.

La opción b) es la conjunción de las proposiciones p y q.
La opción c) es la conjunción de la negación de p y de q.

5. Si p es la proposición "hace frío" y q es la proposición "llueve" la proposición simbólica $(\neg p) \wedge q$ puede traducirse por:

a) No hace frío pero llueve.
b) Hace frío y no llueve.
c) No llueve y no hace frío.

(Convocatoria septiembre 2006. Examen tipo F)

SOLUCIÓN:

Si p es la proposición "hace frío", la proposición $(\neg p)$ es la proposición "no hace frío"
La proposición "no hace frío pero llueve" es equivalente a decir "no hace frío y llueve", es decir la conjunción de $(\neg p)$ y q que se expresa así: $(\neg p) \wedge q$

La opción a) es la correcta.

6. Si p es la proposición "él es serio" y q es la proposición "él es distante" entonces la proposición "el ni es serio ni distante" se simboliza por:

a) $\neg(p \wedge q)$.

b) $\neg(p) \vee \neg(q)$.

c) $\neg(p) \wedge \neg(q)$.

(Convocatoria septiembre 2006. Examen tipo D)

SOLUCIÓN:

La proposición "él ni es serio ni es distante" es equivalente a decir "él no es serio y no es distante"; es decir, se trata de la conjunción de la negación de p y de la negación de q.
"él no es serio": $\neg(p)$
"él no es distante": $\neg(q)$
"él no es serio y no es distante": $\neg(p) \wedge \neg(q)$.

La opción c) es la correcta.

7. Si la proposición $(\neg p) \vee (\neg q)$ es falsa, entonces se cumple:

a) p es verdadera y q es verdadera.

b) Sólo una es verdadera.

c) p es falsa y q es falsa.

(Convocatoria septiembre 2002. Examen tipo D)

SOLUCIÓN:

Tabla de verdad:

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p) \vee (\neg q)$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

Vemos que hay un único caso en el que $(\neg p) \vee (\neg q)$ es falso y en dicho caso p y q son verdaderas.

La opción correcta es a).

8. Si la proposición p es verdadera, la proposición $\neg(p \wedge q)$

a) Puede ser verdadera o falsa dependiendo del valor de verdad de q.

b) Es verdadera.

c) Es falsa.

(Convocatoria septiembre 2002. Examen tipo C)

SOLUCIÓN:

Tabla de verdad:

p	q	$p\wedge q$	$\neg(p\wedge q)$
V	V	V	F
V	F	F	V

Vemos que cuando p es verdadera, $\neg(p\wedge q)$ puede ser verdadera o falsa dependiendo del valor de verdad de q.
Cuando q es verdadera, $\neg(p\wedge q)$ es falsa.
Cuando q es falsa, $\neg(p\wedge q)$ es verdadera.

La opción correcta es a).

9. ¿Qué valor de verdad toma la proposición $(\neg(p\wedge q))\vee r$ cuando p es verdadera y q es falsa?

a) **Verdadera**
b) **Es falsa.**
c) **Depende del valor de r.**

SOLUCIÓN:

Tabla de verdad:

p	q	r	$p\wedge q$	$\neg(p\wedge q)$	r	$(\neg(p\wedge q))\vee r$
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	F	V

La proposición $(\neg(p\wedge q))\vee r$ es siempre verdadera independiente del valor de r.

La opción correcta es a).

10. Si p es falsa, la proposición $p \rightarrow q$ es:

a) **Verdadera.**
b) **Falsa.**
c) **Su valor de verdad depende del valor de verdad de q.**

SOLUCIÓN:

Recordemos la definición del condicional:

El condicional $\mathbf{p \rightarrow q}$ solamente es falso cuando **p** es verdadero y **q** es falso; en los demás casos $\mathbf{p \rightarrow q}$ es verdadero.

Podemos verlo en la tabla de verdad:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Es claro que si p es falsa, $p \rightarrow q$ es verdadero.

La opción correcta es a).

11. ¿Qué valor de verdad toma la proposición $(\neg p) \rightarrow (\neg q)$ cuando la proposición p es falsa?.

a) Es verdadera.

b) Es falsa.

c) Su valor de verdad depende del valor de verdad de q.

SOLUCIÓN:

Tabla de verdad:

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p) \rightarrow (\neg q)$
F	V	**V**	**F**	**F**
F	F	**V**	**V**	**V**

Vemos en la tabla de verdad que:
Cuando q es verdadero, $(\neg p) \rightarrow (\neg q)$ es falso.
Cuando q es falso, $(\neg p) \rightarrow (\neg q)$ es verdadero.
El valor de verdad de la proposición dada depende del valor de verdad de q.

La opción correcta es c).

12. ¿Qué valor de verdad toma la proposición $(\neg p) \rightarrow q$ cuando la proposición p es falsa?

a) Es verdadera.

b) Es falsa.

c) Depende del valor de verdad de q.

SOLUCIÓN:

Tabla de verdad:

p	q	$\neg p$	q	$(\neg p) \rightarrow q$
F	V	**V**	**V**	**V**
F	F	**V**	**F**	**F**

El valor de verdad de $(\neg p) \rightarrow q$ depende del valor de verdad de q.
Cuando q es verdadero, $(\neg p) \rightarrow q$ es verdadero.
Cuando q es falso, $(\neg p) \rightarrow q$ es falso.

La opción correcta es c).

13. Escribe la tabla de verdad de la regla de inferencia modus ponendo ponens.

SOLUCIÓN:

Las tablas de verdad se usan para probar que un razonamiento es lógicamente válido.

Formulación simbólica de la regla de inferencia **modus ponendo ponens**

$p \rightarrow q$ (premisa)
p (premisa)

---

q (conclusión)

ponendo ponens significa *afirmando afirmo*

p: "llueve"
q: "las calles se mojan"

$p \rightarrow q$: "si llueve, entonces las calles se mojan" (premisa)
p "llueve" (premisa)

---

q "las calles se mojan" (conclusión)

Tabla de verdad:

Premisa		Premisa	Conclusión
p	q	$p \rightarrow q$	q
V	V	**V**	**V**
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

FORMA DE PROBAR LA VALIDEZ DE UN RAZONAMIENTO:
Se forma la tabla de verdad de las premisas y la conclusión y se comprueba que siempre que las premisas toman el valor de verdad V también la conclusión toma el valor de V.

14. Construye la tabla de verdad del siguiente razonamiento y prueba su validez:

"Si la tierra gira alrededor del sol, entonces es un planeta"
"La tierra es un planeta"

"La tierra gira alrededor del sol"

SOLUCIÓN:
p: "La tierra gira alrededor del sol"
q: "La tierra es un planeta"

$p \rightarrow q$: "Si la tierra gira alrededor del sol, entonces es un planeta" (premisa)
q "La tierra es un planeta" (premisa)

---

p: "La tierra gira alrededor del sol" (conclusión)

Tabla de verdad:

	Premisas		Coclusión
p	q	$p \to q$	p
V	**V**	**V**	**V**
V	F	F	V
F	**V**	**V**	**F**
F	F	V	F

Hay un caso en el que las premisas son verdaderas y la conclusión es falsa. El razonamiento es una falacia.

15. El razonamiento:

$$\begin{array}{l} r \to (s \to t) \\ r \\ \hline s \to t \end{array}$$

a) Es lógicamente válido.
b) Es una falacia
c) Es válido o falaz según los valores de verdad de las proposiciones que lo forman.

SOLUCIÓN:

Es un razonamiento válido por ser un caso particular del modus ponendo ponens

16. Escribe la tabla de verdad de la regla de inferencia modus tollendo tollens.

SOLUCIÓN:

Formulación simbólica de la regla de inferencia **modus tollendo tollens**

$$\begin{array}{ll} p \to q & \text{(premisa)} \\ \neg q & \text{(premisa)} \\ \hline \neg p & \text{(conclusión)} \end{array}$$

tollendo tollens significa *negando, niego*

		Premisa	Premisa	Conclusión
p	q	$p \to q$	$\neg q$	$\neg p$
V	V	V	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	V
F	F	**V**	**V**	**V**

p: “llueve”
q: “las calles se mojan”

$$\begin{array}{ll} p \to q: & \text{“si llueve, entonces las calles se mojan” (premisa)} \\ \neg q & \text{“las calles no se mojan” (premisa)} \\ \hline \neg p & \text{“no llueva” (conclusión)} \end{array}$$

17. Estudia si es lógicamente válido el siguiente razonamiento:

$$\begin{array}{l} (p \wedge q) \rightarrow (r \vee s) \\ \neg (r \vee s) \\ \hline \neg (p \wedge q) \end{array}$$

SOLUCIÓN:

Es un razonamiento válido por ser un caso particular del modus tollendo tollens.

18. El razonamiento:

Cuando necesitas ayuda, me buscas.
No me buscas.

No necesitas ayuda.

a) Es lógicamente válido por ser un caso particular del modus tollendo tollens.
b) Es una falacia.
c) Es lógicamente válido por ser un caso particular del modus ponendo ponens.

SOLUCIÓN:

Es un caso particular del modus tollendo tollens; por tanto es lógicamente válido.

Respuesta correcta: opción a).

19. Escribe la tabla de verdad de la regla de inferencia modus tollendo ponens.

SOLUCIÓN:

Formulación simbólica de la regla de inferencia **modus tollendo ponens**

$$\begin{array}{ll} p \vee q & \text{(premisa)} \\ \neg q & \text{(premisa)} \\ \hline p & \text{(conclusión)} \end{array}$$

tollendo ponens significa negando, afirmo.

Tabla de verdad:

		Premisa	Premisa	Conclusión
p	q	$p \vee q$	$\neg q$	p
V	V	V	F	V
V	F	**V**	**V**	**V**
F	V	V	F	F
F	F	F	V	F

p: “He ido al cine”
q: “He ido de compras”

$p \vee q$: “He ido de compras o he ido al cine” (premisa)
$\neg q$ “No he ido de compras” (premisa)

---

p “He ido al cine” (conclusión)

20. El razonamiento:

$$\frac{\begin{array}{l}(p \to q) \vee r \\ \neg r\end{array}}{p \to q}$$

a) Es lógicamente válido por ser un caso particular del modus tollendo ponens.
b) Es lógicamente válido por ser un caso particular del modus ponendo ponens.
c) Es una falacia.

SOLUCIÓN:

Es claro que es un caso particular del modus tollendo ponens.

Respuesta correcta: opción a).

Para probar la validez, sin hacer uso de la regla de inferencia, resulta muy pesado como podemos ver al construir la tabla de verdad correspondiente.

				premisa	premisa	conclusión
p	q	r	$p \to q$	$(p \to q) \vee r$	$\neg r$	$p \to q$
V	V	V	V	V	F	V
V	F	V	F	V	F	F
V	V	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	F	V
F	F	V	V	V	F	V
V	F	F	F	F	V	F
F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V

Puede verse (lo señalada de color rojo) que, siempre que las premisas son verdaderas, la conclusión también lo es.

21. Escribe la tabla de verdad de la regla de inferencia ley del silogismo hipotético.

SOLUCIÓN:

Dadas dos implicaciones, de las cuales, el antecedente de la una sea el consecuente de la otra, podemos construir una nueva implicación a partir del antecedente de la primera y el consecuente de la segunda.

Formulación simbólica de la regla de inferencia **ley del silogismo hipotético**

$p \to q$ (premisa)
$q \to r$ (premisa)

$p \to r$ (conclusión)

Tabla de verdad:

			Premisa	Premisa	Conclusión
p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$p \to r$
V	V	V	**V**	**V**	**V**
V	V	F	V	F	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	**V**	**V**	**V**
F	V	F	V	F	V
F	F	V	**V**	**V**	**V**
F	F	F	**V**	**V**	**V**

Puede verse (lo señalada de color rojo) que, siempre que las premisas son verdaderas, la conclusión también lo es.

p: "llueve".
q: "florecen los romeros".
r: "las abejas hacen miel".
$p \to q$: "si llueve, entonces florecen los romeros". (Premisa)
$q \to r$: "si florecen los romeros, entonces las abejas hacen miel". (Premisa)
$p \to r$: "si llueve, entonces las abejas hacen miel". (Conclusión)

22. Si p es contradictoria y q es una tautología, la proposición $p \to q$ es:
a) Falsa.
b) Verdadera.
c) Unas veces verdadera y otras falsa.

(Convocatoria junio 2002. Examen tipo D)

SOLUCIÓN:

Una tautología es una proposición que siempre es verdadera.
Dos proposiciones son contradictorias una es verdadera y la otra falsa o al revés.

Como son contradictorias p siempre es falsa.

p	q	$p \to q$
F	V	V
F	V	V

Respuesta correcta: opción b).

23. El razonamiento:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg q \rightarrow \neg r \\ \hline \neg p \rightarrow \neg r \end{array}$$

a) Es una falacia.
b) Es lógicamente válido por se un caso particular del modus ponendo ponens.
c) Es lógicamente válido por ser un caso particular de la ley del silogismo hipotético.

(Convocatoria junio 2006. Examen tipo B)

<u>SOLUCIÓN:</u>

La formulación simbólica de la regla de inferencia modus ponendo ponens es:

$$\begin{array}{ll} p \rightarrow p & \text{(premisa)} \\ p & \text{(premisa)} \\ \hline q & \text{(conclusión)} \end{array}$$

(La opción b) es falsa)

La formulación simbólica de la regla de inferencia ley del silogismo hipotético es:

$$\begin{array}{ll} p \rightarrow q & \text{(premisa)} \\ q \rightarrow r & \text{(premisa)} \\ \hline p \rightarrow r & \text{(conclusión)} \end{array}$$

(La opción c) es falsa)

Respuesta correcta: opción a).